

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

Sur  $(0, \frac{\pi}{2})$  on considère la fonction :

$$f : x \mapsto \sin x$$

et des fonctions affines

$$g : x \mapsto ax + b$$

Le problème consiste à déterminer trois approximations distinctes de  $f$  par trois fonctions  $g$ , chacune de celle-ci satisfaisant à un type de conditions. Plus précisément on déterminera pour chacun des trois cas :

- les expressions exactes, aussi simplifiées que possible, donnant  $a$  et  $b$ ,
- les valeurs approchées de  $a$  et  $b$  suivant les indications fournies plus loin dans l'énoncé,
- la "mesure" suivante de l'approximation de  $f$  par  $g$  :

$$M(a, b) = \max_{x \in [0, \frac{\pi}{2}]} |f(x) - g(x)|$$

1<sup>er</sup> cas On impose les deux conditions simultanées :

$$g\left(\frac{\pi}{8}\right) = f\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad \text{et} \quad g\left(\frac{3\pi}{8}\right) = f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$$

On démontrera que

$$b = \frac{\sqrt{20} - \sqrt{392}}{4} \quad (1)$$

dont on donnera, à l'aide de tables numériques, la meilleure approximation à l'ordre 3, c'est-à-dire une valeur numérique avec 3 décimales et une incertitude de  $0,5 \times 10^{-3}$

on déterminera une expression analogue à (1) pour  $a$  d'où l'on déduira, à la règle à calcul, une valeur approchée.

Enfin on calculera  $M(a, b)$  et on en déduira de même une valeur approchée à la règle à calcul.

2<sup>ème</sup> cas On impose la condition que  $\int_0^{\pi/2} [f(x) - g(x)]^2 dx$  soit minimum, et

les calculs de  $a$ ,  $b$  et  $M(a, b)$  seront faits avec une table de logarithmes à cinq décimales.

3<sup>ème</sup> cas La condition imposée est que  $M(a, b)$  soit minimum. On montrera que, dans ce cas, la droite d'équation  $y = ax + b$  est parallèle à la corde de l'arc de sinus défini par :

$$y = \sin x \\ x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

On pourra utiliser les tables numériques et la précision de la règle à calcul sera jugée suffisante.