



Concours d'Admission 1974

Deux pages dactylographiées

EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES

On étudie dans un plan deux mouvements ponctuels M_1 et M_2 de trajectoire la courbe C d'équation, dans un repère polaire (O, \vec{i}) : $\rho = 2 + \cos 3\theta$

$$\left[\vec{OM} = \rho \vec{u} \text{ et } (\vec{i}, \vec{u}) = \theta \right]$$

I - ETUDE DE C

-1- Tracer soigneusement la courbe C . Indiquer la suite des points A_0 [$\theta = 0, \rho = 3$] $A_1, A_2 \dots$ où la tangente est perpendiculaire à OA_i ($i \in \{0, 1, 2 \dots\}$). L'ordre croissant des indices correspond au parcours de la courbe dans le sens trigonométrique.

-2- Le calcul de la longueur de la courbe C introduit l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{9 + 4 \cos 3\theta - 4 \cos 6\theta} d\theta$$

Calculer une valeur approchée I_1 de cette intégrale par la méthode des trapèzes, en divisant l'intervalle en 10 parties égales. On utilisera des tables numériques des fonctions trigonométriques donnant 3 décimales et l'on ne conservera que 2 décimales dans le résultat final.

II - MOUVEMENT M_1

Le mouvement M_1 est uniforme et s'effectue dans le sens contraire du sens trigonométrique. La position à l'instant $t = 0$ est le point A_0 [$\theta = 0, \rho = 3$] et la vitesse \vec{V}_1 à cet instant a pour mesure 1. Déduire du résultat de la partie I -2- une valeur approchée de la période T_1 du mouvement.

III - MOUVEMENT M_2

La position à l'instant $t = 0$ est le même point A_0 et la vitesse à cet instant est $\vec{V}_2 = -\vec{V}_1$. La position à chaque instant t est M de coordonnées polaires ρ et θ , et l'accélération a alors la direction de la droite OM .

-1- Déterminer, en appliquant la loi des aires, la relation entre θ et t sous la forme $t = \phi(\theta)$. En déduire la période T_2 du mouvement.

-2- Calculer, avec le maximum de précision, $\phi(\theta)$ pour θ correspondant à $\pi \frac{103}{180}$ et $\pi \frac{101}{180}$. En déduire qu'à l'instant $\frac{T_2}{4}$ la position M' dans le mouvement M_2



est située entre les deux points correspondant aux valeurs précédentes de θ .
En l'appliquant, à partir de ces valeurs, de la méthode des parties proportionnelles, trouver une première valeur approchée, en degrés et minutes, de l'angle polaire de M' .

-2- En appliquant à $\phi(\theta)$, pour la valeur associée à 104° , la méthode de Newton, trouver une seconde valeur approchée, en degrés et minutes, de l'angle polaire de M' . Conclure.

IV - REMARQUES

Entre quels points de la suite A_i ($i \in \{0, 1, 2, \dots\}$) définie à la partie I-1- y a-t-il rencontre pour la première fois, après $t = 0$, des deux mobiles exécutant les deux mouvements M_1 et M_2 .

R.I. On peut traiter la partie IV sans avoir traité les parties III-2- et III-3-.